

DEVOIR INDIVIDUEL

DU 7 DECEMBRE 2019

PRICING AVANCE POUR OPTIONS EXOTIQUES



Problème : application numérique de la théorie de l'arbitrage.

Le problème consiste à répondre à la liste des questions suivantes relatives à la théorie de l'arbitrage.

Les données sont individuelles par élève et fournies en annexe.

Données :

- La matrice de marché, avec 4 données numériques : les prix des actifs 1 et 2 dans les 2 scénarios
- Les prix actuels des 2 actifs.

QUESTIONS

1 – Calculer les pentes des 3 droites de prix dans le plan des PORTEFEUILLES

Tester la relation de non arbitrage de votre matrice de marché et des prix

2 – Calculer les valeurs futures des 2 portefeuilles suivants :

Portefeuille Rouge : 10 actifs 1 et 25 actifs 2

Portefeuille Bleu : 10 actifs 1 et -5 actifs 2

3 – Calculer la valeur présente des ces deux portefeuilles

4 – Calculer la composition des deux portefeuilles Arrow Debreu (AD)

5 – Calculer les valeurs futures des portefeuilles AD

6 – Calculer la valeur présente des portefeuilles AD

7 – Quelle est la valeur du portefeuilles de pay-off (1,1)

8 – Calculer le taux d'intérêt sans risque (TSR)

9 – Calculer les probabilités risque neutre de ce marché (PRN)

10- Calculer la somme des 2 probabilités risque neutre

11 -Calculer la valeur future et la valeur actuelle des 2 portefeuilles rapportant dans chaque scénario

Portefeuille orange (5,10)

Portefeuille vert (10,-20)

12 – Prendre comme hypothèse des prix actuels, la moyenne du prix de chaque actif, selon les 2 scénarios. Calculer ce prix moyen pour chaque actif.

13 – Avec cette dernière hypothèse, calculer le prix des 2 portefeuilles AD, la somme des 2 portefeuilles AD, le nouveau TSR, et les 2 probabilités risque neutre

14 – Quel serait les prix actuels, pour avoir les mêmes probabilités risque neutre du départ et un TSR de 2%.

Annexe 1 - Table des données par élève

Nom	Prénom	actif					
		1	1	2	2	1	2
		Haut	Bas	Haut	Bas	Px	Px
ATIVON	Paul	40	50	120	60	40	80
DIALLO	Mamadou-Yaya	45	55	125	65	45	85
FAHEM	Younes	50	60	130	70	50	90
GAHIÉ	Stéphane	55	65	135	75	55	95
HU	Xueting	60	70	140	80	60	100
LAHRICHI	Ali	65	75	145	85	65	105
LYU	Huiru	70	80	150	90	70	110
MARTI BAEZ	Sergi	75	85	155	95	75	115
NGETH	Laurent	80	90	160	100	80	120
RAHALI	Youssra	85	95	165	105	85	125
RAMASSAMY	Kumanesh	90	100	170	110	90	130
REDOLFI	Nicolas	95	105	175	115	95	135
SAOUNDE NANFACK	Armel Merveille	100	110	180	120	100	140
SARFRAZ	Shahbaz	105	115	185	125	105	145
SOHOU	Loïc-Sena-Keith	110	120	190	130	110	150
SONG	Wenzhe	115	125	195	135	115	155
SY SAVANÉ	Mariam	120	130	200	140	120	160
WANG	Shiyu	125	135	205	145	125	165

Annexe 01 - Sujets par élève.

Options digitales à barrières

option barrière digitale			S	L	T	r	vol	N
1 ABDENNOUR jasmine	bar	UI	75	111	2	4%	20%	33
2 ALAOUI HASSANI el mamoun	bar	UI	110	163	4	2%	15%	37
3 ATTOUMBRE cyril	bar	UI	60	90	3	3%	20%	32
4 BEN ATA selim	bar	UI	75	94	1,5	5%	12%	48
5 BRAHIMI sofiane	bar	UI	145	174	2,5	3%	7%	35
6 CLEMENT SALAUN mathilde	bar	UI	85	109	2	4%	15%	45
7 CLINE WHITE taylor	bar	UI	75	116	2	2%	25%	32
8 COMPAORE patrick	bar	UI	110	146	4	3%	15%	42
9 DEJOIE anais	bar	UI	60	85	3	5%	20%	31
10 DELMAS quentin	bar	UI	75	95	1,5	3%	12%	30
11 DING qianwen	bar	UI	145	177	2,5	3%	7%	48
12 DO REGO guillaume	bar	UI	80	103	2	4%	13%	49
13 DUBOIS arthur	bar	UI	145	201	4	2%	11%	36
14 ELMESSELLEK ayoub	bar	UI	85	110	3	3%	15%	33
15 FAY jason	bar	UI	75	104	1,5	5%	20%	31
16 JIANG tian	bar	UI	110	140	2,5	3%	15%	33
17 KUGATHASAN kuganthi	bar	UI	85	137	2	7%	20%	43
18 LIU mengqi	bar	UI	75	104	3	4%	12%	32
19 M BAHIA stephane	bar	UI	145	173	4	5%	7%	46
20 NELSON olsen	bar	UI	75	95	3	3%	12%	43
21 NGUYEN duc thanh	bar	UI	145	167	1,5	5%	7%	33
22 OBAME MBA elliot isidore	bar	UI	85	100	2,5	3%	6%	36
23 RAMLOCHUN benita	bar	UI	75	105	2	5%	20%	41
24 RENAULT colombe	bar	UI	110	142	4	4%	15%	34
25 RUHLMANN benoit	bar	UI	60	87	2,5	3%	20%	48
26 SALOR matthieu	bar	UI	75	103	3	5%	12%	34
27 SIMON antoine	bar	UI	145	184	4	7%	9%	38
28 SUN ning	bar	UI	95	124	2	4%	12%	32
29 TRAN diana	bar	UI	130	165	5	7%	9%	37
30 WANG bing	bar	UI	60	93	3	2%	15%	31
31 WU yanan	bar	UI	155	192	4	8%	12%	45
32 YANG lan	bar	UI	80	97	2,5	5%	11%	45
33 YE endong	bar	UI	85	124	3	8%	15%	47
34	bar	UI	75	93	2	4%	20%	40

Annexe 2 - Questions

Nom					
				résultats	résultats
		Utiliser 6 décimales pour les prix:		en valeur présente	en valeur future
1	1	S			
1	2	L			
1	3	T			
1	4	R			
1	5	sigma			
1	6	n			
2	1	dt			
2	2	1+r			
2	3	DF			
2	4	u			
2	5	d			
2	6	p			
2	7	q			
2	8	p'			
2	9	q'			
2	10	u/d			
2	11	p/q			
2	12	p q			
2	13	Smax			
2	14	Smin			
2	15	pmax			
2	16	pmin			
3	17	L'			
3	18	w(L)			
3	19	w(L')			
3	20	call COR			
3	21	put COR			
3	22	ddo COR			
3	23	call+put+ddo			
3	24	call TOR			
3	25	put TOR			
3	26	ddo TOR			
3	27	call+put+ddo			
3	28	I			
3	29	Ic			
3	30	S(Ic)			
3	31	T(Ic)			
3	32	alpha			
3	33	wc			
3	34	wp			
3	35	shift			
3	36	decalage proba			
3	37	put*			
3	38	ui bin			
4	1	Premier passage			
4	2	Temps			
4	3	Tems restant			
4	4	nb chemin entrant			
4	5	nb chemins sortant			
4	6	probabilité			

4	7	Total chemins			
4	8	Second passage			
4	9	Temps			
4	10	Tems restant			
4	11	nb chemin entrant			
4	12	nb chemins sortant			
4	13	probabilité			
4	14	Total chemins			
4	15	chemins cumulés			
4	16	Troisieme passage			
4	17	Temps			
4	18	Tems restant			
4	19	nb chemin entrant			
4	20	nb chemins sortant			
4	21	probabilité			
4	22	Total chemins			
4	23	chemins cumulés			
4	24	nb chemins au total			
4	25	option ui terminale			
5	1	option at hit			
6	1	méthode analytique			
7	1	Call option barrière avec $K=L$			

Annexe 3 - Formules de Pricing

Options Barrières

Formules analytiques, S : sous-jacent à l'origine, L : niveau de la barrière, T : durée, N : loi normale cumulée.

$$UI == (N(x2) + \left(\frac{L}{S}\right)^{2(\varepsilon-1)}N(-y2)) / (1 + R)^T$$

$$DI == (N(-x2) + \left(\frac{L}{S}\right)^{2(\varepsilon-1)}N(y2)) / (1 + R)^T$$

$$UO == (N(-x2) - \left(\frac{L}{S}\right)^{2(\varepsilon-1)}N(-y2)) / (1 + R)^T$$

$$DO == (N(x2) - \left(\frac{L}{S}\right)^{2(\varepsilon-1)}N(y2)) / (1 + R)^T$$

$$x2 = \frac{\ln\left(\frac{S}{L}\right) + (r) \cdot T + \frac{\sigma^2 T}{2}}{\sigma \sqrt{T}} \quad y2 = \frac{\ln\left(\frac{L}{S}\right) + (r) \cdot T + \frac{\sigma^2 T}{2}}{\sigma \sqrt{T}}$$

$$2(\varepsilon - 1) = 2 \frac{(R)}{\sigma^2} - 1$$

Annexe 4 - Programmes VBA

```
Function binomialBarBinaire (Ctype As String, S As Double, L As Double, T As Double, R As Double, vol As Double, n As Long, dfopt As String) As Double
Dim dt As Double, taux As Double, bin As Double, p As Double
Dim w As Double, wp As Double, wc As Double, i As Integer
Dim u As Double, d As Double, alpha As Double
Dim binc As Double, binp As Double

dt = T / n
taux = (1 + R) ^ dt
u = Exp(vol * Sqr(dt))
d = 1 / u
p = (taux - d) / (u - d)
binc = 0
binp = 0
w = Abs(Log(L / S / d ^ n) / Log(u / d)) If (w - Int(w)) > 0.5 Then alpha = 1
Else alpha = 0

Select Case Ctype
Case "ui", "uo":
    wc = Int(w) + 1
    wp = n - wc - alpha
Case "di", "do":
    wp = Int(w)
    wc = n - wp + alpha
End Select

binc = BINOMDIST(n - wc, n, 1 - p)
binp = BINOMDIST(wp, n, p)
Select Case Ctype
Case "ui": binomialBarBinaire = binc + binp * (p / (1 - p)) ^ (2 * wc - n - 1 + alpha)
Case "uo": binomialBarBinaire = 1 - binc - binp * (p / (1 - p)) ^ (2 * wc - n - 1 + alpha)
Case "di": binomialBarBinaire = binp + binc * ((1 - p) / p) ^ (2 * wc - n - 1 - alpha)
Case "do": binomialBarBinaire = 1 - binp - binc * ((1 - p) / p) ^ (2 * wc - n - 1 - alpha)
End Select

binomialBarBinaire = binomialBarBinaire / (taux ^ n)
End Function
```